

Statement:

Beweise der Existenz überabzählbarer Mengen enthalten Widersprüche

Erläuterung:

- Ausgangspunkt solcher Beweise sind Mengen **M** von Objekten **O** mit bestimmten, die Menge kennzeichnenden Eigenschaften **E**. Also etwa die Menge der reellen Zahlen zwischen 0 und 1, die Menge der einstelligen ganzzahligen Funktionen, die Potenzmenge der natürlichen Zahlen etc..
- Die hier untersuchten Beweise werden so geführt, dass zu jeder abzählbaren Menge **M = {O(E)}** von Objekten **O(E)** mit der kennzeichnenden Eigenschaft **E** ein in der jeweiligen Menge angeblich nicht enthaltenes kritisches Objekt **O_k(E)** mit dieser Eigenschaft angegeben wird. Für dieses kritische Objekt wird somit **O_k(E) ∉ M = {O(E)}** behauptet. O_k kann z.B. eine reelle Zahl zwischen 0 und 1 sein, die in einer angeblich vollständigen abzählbaren Menge aller reellen Zahlen zwischen 0 und 1 nicht enthalten ist. Vgl. etwa das zweite Diagonalverfahren nach CANTOR.
- Von Beweisen fordern wir, dass sie in irgendeinem Zeitraum in irgendeiner Sprache für irgendeinen Menschen widerspruchsfrei formuliert werden können.
- Ohne Beschränkung der Allgemeinheit fordern wir hier von Beweisen, dass sie in deutscher Sprache, schriftlich in Form von **endlichen** - wenn auch unbegrenzten - **Informationen** verfasst werden können und von dem diesen Beweis beurteilenden **Menschen** für eine **Mindestdauer Δt** (z.B. 1 Sek.) als richtig angesehen werden.
- Diese Beschränkung kann natürlich auch insoweit gelockert werden, als solche Beweise in Form beliebiger von menschlichen Sinnesorganen erfassbaren endlichen - wenn auch unbegrenzten - Informationen bestehen können.
- Ein im Statement behaupteter Widerspruch kann nun folgendermaßen herbeigeführt werden:
 - **Alle möglichen Mindestdauern Δt können abzählbar angeordnet werden.**
 - **Alle möglichen endlichen (unbegrenzten) Informationen können abzählbar angeordnet werden.**
 - **Alle möglichen Menschen können auf Grund ihrer räumlich- zeitlichen Ausdehnung abzählbar angeordnet werden.**
- Aus den Möglichkeiten dieser drei abzählbaren Anordnungen lässt sich der behauptete Widerspruch herleiten.
- Lit. dazu etwa "Eine Individualanordnung" in < <http://www.fam.tuwien.ac.at/~wolff/> >

Anmerkung:

Dieses Statement ist relevant für alle Untersuchungen, die sich mit dem ersten Hilbert-Problem, mit überabzählbaren Mengen also mit Kardinalzahlen \aleph_α mit $\alpha \geq 1$ und ähnlichen Fragen befassen.